B. Estabilidad, límites físicos y generalización estocástica

Notación y hipótesis comunes (recordatorio)

$$(S, \|\cdot\|) \quad \text{espacio de Banach.}$$

$$E : S \to S \quad \text{es localmente Lipschitz; existe constante } L \text{ tal que } \|E(x) - E(y)\| \leq L\|x - y\|.$$

$$\eta(t),\ \eta'(t) \quad \text{forzamientos externos (deterministas, continuos o ruidosos).}$$

$$\rho : S \to Q \quad \text{canal de transferencia,} \quad D : Q \times C' \to S \quad \text{decodificador.}$$

$$s(t) \quad \text{trayectoria original,} \quad s'(t) \quad \text{trayectoria reimplementada.}$$

$$s'_0 = D(\rho(s_0)).$$

Asumimos existencia global de soluciones en el intervalo $[t_0, T]$.

—

Teorema D (Estabilidad / continuidad de la reimplementación — versión determinista)

Enunciado. Sea E localmente Lipschitz con constante L en una región que contiene las trayectorias $s(t)$ y $s'(t)$ para $t \in [t_0, T]$. Sean η, η' continuas y supongamos que el error inicial satisface:

$$\delta_0 := \|s'(t_0) - s(t_0)\|.$$

Además, supongamos discrepancia en el forzamiento externo:

$$\Delta\eta := \sup_{t\in[t_0,T]} \|\eta'(t) - \eta(t)\|.$$

Entonces:

$$\|s'(t) - s(t)\| \le \delta_0 e^{L(t-t_0)} + L\Delta\eta \left(e^{L(t-t_0)} - 1\right), \quad \forall t \in [t_0, T].$$

En particular, si $\Delta\eta = 0$ (mismo ruido/contexto):

$$\|s'(t) - s(t)\| \le \delta_0 e^{L(t-t_0)}.$$

—

Interpretación

Un error inicial pequeño se propaga exponencialmente a razón L. La reconstrucción es estable en sentido continuo, pero puede amplificarse con el tiempo si el flujo es inestable (L grande).

—

Demostración (uso de la desigualdad de Grönwall)

Sea $e(t) := s'(t) - s(t)$. Entonces:

$$\frac{d}{dt} e(t) = E(s'(t)) - E(s(t)) + (\eta'(t) - \eta(t)).$$

Tomando norma y usando Lipschitz:

$$\frac{d}{dt} \|e(t)\| \le L\|e(t)\| + \|\eta'(t) - \eta(t)\|.$$

Aplicando Grönwall:

$$\|e(t)\| \le \delta_0 e^{L(t-t_0)} + \int_{t_0}^{t} e^{L(t-s)} g(s)\, ds,$$

donde $g(s) := \|\eta'(s) - \eta(s)\|$. Usando el supremo $\Delta\eta$, se obtiene la cota anunciada. $\square$

—

Consecuencias prácticas

- Si L es pequeño (flujo contractivo), la reconstrucción es robusta: errores iniciales se atenúan o crecen lentamente. - Si L es grande (sistemas caóticos), pequeñas diferencias iniciales se amplifican rápidamente $\rightarrow$ se requiere fidelidad inicial muy alta. - Para identidad narrativa basta que $\|s'(t) - s(t)\| < \varepsilon$ en algún métrico funcional; la elección de ε define qué se considera "la misma personalidad".

Proposición C (Límite termodinámico y capacidad de canal — versión operativa)

Enunciado (operativo)

Sea $s_0 \in S$. Sea H la cantidad de información relevante (en bits) que es necesario transmitir desde $\rho(s_0)$ para reconstruir s_0 con fidelidad suficiente (por ejemplo, hasta tolerancia δ_0).

Sea E_{min} la energía mínima necesaria para realizar esa transmisión/recuperación irreversible en un entorno a temperatura T. Entonces, por el principio de Landauer:

$$E_{\text{min}} \geq k_B T \ln 2 \cdot H,$$

donde k_B es la constante de Boltzmann.

Adicionalmente, si la transferencia se realiza a través de un canal con capacidad C (bits por segundo), la latencia mínima τ satisface:

$$\tau \geq \frac{H}{C}.$$

Por tanto, condiciones prácticas de reimplementación requieren que el entorno ofrezca suficiente energía y capacidad de canal para transmitir H bits antes de que procesos irreversibles locales (decoherencia, dispersión) hagan la información inrecuperable.

—

Interpretación

Aunque matemáticamente exista un decodificador D, la física coloca límites: la transmisión de H bits cuesta energía y tiempo; si no hay suficiente energía o la decoherencia ocurre más rápido que τ, la reconstrucción de alta fidelidad es físicamente impracticable.

—

Comentarios y precisión

La cota $k_B T \ln 2$ es el coste mínimo teórico por bit para borrar información irreversiblemente. Operaciones lógicas reversibles pueden eludir el coste de borrado, pero la lectura/mezcla con un entorno finito usualmente implica irreversibilidad y coste físico real.

En canales cuánticos se usa el *Holevo bound* y límites cuánticos de fidelidad; el principio operativo es el mismo: existe un límite físico de cuánta información clásica se puede extraer por recurso físico disponible.

Para que la reimplementación sea plausible físicamente necesitas que $E_{\min}$ sea compatible con la energía disponible en el entorno post-mortem y que la latencia sea menor que los tiempos escalares de pérdida de coherencia.

A. Formalización matemática completa

1. Espacio de estados informacionales

Sea $(S, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach (completo). Los estados informacionales son elementos $s \in S$.

Interpretación 1. *Un estado informacional puede representar cualquier vector de organización dinámica (actividad neural, configuración funcional, estado cuántico proyectado, etc.).*

2. Esencias como operadores generadores

Definición 1 (Esencia)**.** *Una esencia es un operador $E : S \to S$ que cumple:*

- ***Regularidad local (Lipschitz):*** *Para todo $s_0 \in S$ existe un entorno U y constante $L > 0$ tal que*

$$\|E(s) - E(s')\| \leq L\|s - s'\|, \quad \forall s, s' \in U.$$

- ***Generatividad dinámica:*** *E induce un campo vectorial que define una ecuación diferencial bien puesta.*

Denotamos el conjunto de todas las esencias por $\mathcal{E}$.

Interpretación 2. *E codifica el "patrón esencial", análogo al "algoritmo" ontológico.*

3. Cuerpos como soportes de integración

Definición 2 (Cuerpo)**.** *Un cuerpo es un par $C = (\Omega_C, \Phi_C)$ donde:*

- Ω_C*: conjunto de parámetros físicos (estructura, topología, recursos energéticos, conectividad).*

- $\Phi_C : S \to \mathbb{R}_{\geq 0}$*: funcional de integración informacional.*

Interpretación 3. *El cuerpo es el soporte físico que habilita ciertos estados integrados.*

4. Almas como trayectorias dinámicas

Definición 3 (Alma)**.** *Dada una esencia E y un cuerpo C, un alma es una trayectoria*

$$A = \{s(t) \mid t \in [t_0, t_f]\},$$

donde $s(t)$ es solución de la ecuación diferencial

$$\frac{ds}{dt} = E(s(t)) + \eta(t), \quad s(t_0) = s_0 \in Dom(I(E, C)).$$

Aquí E fija el patrón y $\eta(t)$ representa ruido o influencias contextuales.

Interpretación 4. *El alma es la ejecución temporal del operador esencia bajo condiciones físicas y contextuales específicas.*

5. Operador de implementación

Definición 4 (Implementación ontológica). *Un operador $I : E \times C \to A$ es de implementación si para cada esencia E y cuerpo C:*

- *Selecciona una condición inicial $s_0(E, C) \in S$.*
- *Define la trayectoria A como la solución única (si existe) de la dinámica inducida por E y $\eta(t)$.*

Interpretación 5. *I especifica cómo un patrón esencial se encarna en un soporte físico.*

6. Muerte como transición de fase

Definición 5 (Muerte). *Dado un cuerpo C, ocurre muerte en t_f si*

$$\lim_{t \to t_f} \Phi_C(s(t)) = 0.$$

En ese punto la trayectoria alma deja de estar definida más allá de t_f.

7. Canal de redistribución informacional

Definición 6. *Sea Q un espacio de información global. La transferencia post-mortal es un canal*

$$\rho : S \to Q.$$

Interpretación 6. *Proyecta restos de organización informacional hacia un reservorio.*

8. Reimplementación

Definición 7 (Reimplementación). *Dada una esencia E, un estado transferido $q \in Q$, un cuerpo C', y un decodificador $D : Q \times C' \to S$, existe reimplementación si la trayectoria*

$$A' = I(E, C')$$

cumple

$$s'(t_0') = D(q, C').$$

B. Teorema A — Existencia y unicidad del alma

Teorema 1 (Existencia y unicidad). *Sea $E \in \mathcal{E}$ localmente Lipschitz y $\eta : [t_0, t_f] \to S$ continua. Considere*

$$\frac{ds}{dt} = E(s(t)) + \eta(t), \quad s(t_0) = s_0.$$

Entonces:

- *Existe un intervalo $[t_0, t_0 + \delta]$ donde la solución está bien definida.*
- *La solución es única.*
- *Si E cumple condición de crecimiento lineal $\|E(s)\| \leq a\|s\| + b$, la solución existe en todo $[t_0, t_f]$.*

Proof. Defina $F : S \times [t_0, t_f] \to S$ por $F(s, t) = E(s) + \eta(t)$. Como E es localmente Lipschitz y η continua, F es localmente Lipschitz en s y continua en t. Por Picard–Lindelöf, existe $\delta > 0$ con solución única en $[t_0, t_0 + \delta]$. Con crecimiento lineal, no hay explosión en tiempo finito y la solución se prolonga en todo $[t_0, t_f]$. □

Interpretación 7. *El alma como curva informacional integrada es una entidad matemáticamente bien definida mientras el soporte y la esencia cumplan condiciones de regularidad razonables.*

C. Teorema B — Reimplementación informacional

Teorema 2 (Reimplementación si el canal es decodificable). *Sean $\rho : S \to Q$ canal continuo y $D : Q \times C' \to S$ decodificador continuo. Sea $U \subseteq S$ tal que*

$$D(\rho(s), C') = s, \quad \forall s \in U.$$

Entonces, para todo $s \in U$ y cuerpo compatible C', la reimplementación inicial

$$s'(t'_0) = D(\rho(s), C')$$

reproduce exactamente el estado original s. Si además E es localmente Lipschitz, la trayectoria resultante $A' = I(E, C')$ está bien definida y es única.

Proof. Por la hipótesis de inversibilidad local, $D(\rho(s), C') = s$ da igualdad del estado inicial. La evolución $s'(t)$ satisface la misma ecuación que $s(t)$, y por el Teorema A la solución con esa condición inicial es única. Por tanto, existe una trayectoria A' bien definida como reimplementación del patrón esencial E en el nuevo soporte C'. $\square$

Interpretación 8. *Si el canal conserva suficiente estructura informacional para ser localmente invertible, una esencia puede generar una nueva alma en un soporte distinto.*